

האוניברסיטה העברית בירושלים
בית הספר למנהל עסקים
שיטות סטטיסטיות למנהל עסקים – 55805
סמסטר א' תשע"ה

שאלות על רווח סמך ובדיקת השערות – תוחלת ופרופורציה

שאלה 1

במכונה אוטומטית למשקאות קלים, כמות המשקה הנמוזגת לכוס (מ"ל) מפולגת בקירוב לפי התפלגות נורמלית עם סטיית תקן של 20 מ"ל. במדגם של 16 כוסות התקבל ממוצע של 280 מ"ל לכוס.

- מהו רווח סמך ברמה של 95% לתוחלת כמות המשקה הנמוזגת ?
- מהו רווח סמך ברמה של 99% לתוחלת כמות המשקה הנמוזגת ?
- הסבירו את ההבדלים בין התוצאות בסעיפים א' ו-ב'.

שאלה 2

נתון משתנה המפולג נורמלית עם תוחלת לא ידועה ושונות 10 .

- מהו אורך רווח סמך לתוחלת ברמת סמך של 95% על סמך מדגם של 16 תצפיות ?
- מהו אורך רווח סמך לתוחלת ברמת סמך של 95% על סמך מדגם של 100 תצפיות ?
- מהו גודל המדגם שיש לקחת על-מנת שאורך רווח הסמך לא יעלה על 1.5 ברמת סמך של 95% ?
- מהו גודל המדגם שיש לקחת על-מנת שהסטייה המקסימלית לא תעלה על 0.5 ברמת סמך של 95% ?

שאלה 3

זמן קצר לפני הבחירות ביצעה חברת סקרים סקר עבור מפלגה מסוימת. הסקר כלל מדגם מקרי של 400 איש מבעלי זכות הבחירה בארץ. 30% מהמשיבים תמכו במפלגה הנ"ל.

- מהו רווח סמך ברמת סמך של 95% לפרופורציית תומכי המפלגה באוכלוסייה ?
- מה משמעות הרווח שחישבתם בסעיף א' ?
- מהו רווח סמך ברמת סמך של 99% לפרופורציית תומכי המפלגה באוכלוסייה ?
- מהו גודל המדגם שיש לקחת על-מנת שאורך רווח הסמך לא יעלה על 5% ברמת בטחון של 95% ?
- מהו גודל המדגם שיש לקחת על-מנת שהסטייה המקסימלית לא תעלה על 2% ברמת בטחון של 99% ?

שאלה 4

חוקרים מתעניינים במשך הזמן שסטודנטים משקיעים בלימוד לבחינה בסטטיסטיקה בסוף השנה. מניחים שזמן זה מפולג נורמלית עם תוחלת של 20 שעות, וסטיית תקן של 4 שעות. בעקבות שינויים בתוכנית הלימודים, הוחלט לבדוק האם תוחלת הזמן ירדה מתחת ל-20. לשם כך נלקח מדגם מקרי של 50 סטודנטים, ונמצא שממוצע הזמן שהם למדו: 19.2 שעות.

מה המסקנה שמתקבלת מתוצאות המדגם? חיזרו על השלבים שלמדנו בבדיקת ההשערה על המאפייה, כדי לבדוק את הנ"ל. הגדירו את ההשערות, והשתמשו בנתוני המדגם כדי לבדוק אם דוחים את השערת האפס או לא. קיבעו את הערך הקריטי לפי 5% (כמו בהרצאה).

שאלה 5

אתם אחראים על בניית תוכנית ממוחשבת לאבחון רפואי, שתסרוק תוצאות של בדיקות רפואיות שונות (דופק, לחץ-דם, בדיקת שתן וכ"ו), ובהתאם לכך תחליט אחת משתי החלטות:

- להפנות את האדם לבדיקת רופא (חשד שהוא חולה)
 - לשלוח את האדם לביתו (ככל הנראה האדם בריא)
- התוכנית הזו מיועדת לשמש לצורך בדיקת אלפי אנשים שאין להם סימפטומים רפואיים מיוחדים. זוהי מערכת רפואה מונעת.

א. נסחו את השערת האפס ואת ההשערה האלטרנטיבית לגבי כל אדם שנבדק. צאו מנקודת הנחה שכל עוד לא הוכח אחרת, מניחים שהאדם בריא.

ב. מהם שני סוגי הטעויות האפשריים? נסחו במונחי השאלה.

ג. הציגו מספר דוגמאות לעלויות הכרוכות בשני סוגי הטעויות (לא כל העלויות חייבות להיות כספיות)

ד. בהתאם לתשובתכם בסעיף הקודם, את סיכוייה של איזו טעות מבין השתיים הייתם בוחרים להקטין?

שאלה 6

במדינת הגמדים רעש מהומה. איש ציבור ידוע מואשם בעברות חמורות. מועצת הגמדים עומדת לדון בעניינו.

א. נסחו במילים את השערת האפס ואת ההשערה האלטרנטיבית בעניין היותו חף מפשע או אשם.

ב. מבין שני סוגי הטעויות בהסקה, הסתברותה של איזו טעות איש הציבור היה מעדיף להקטין עד מאוד?

שאלה 7

בטבלה שלהלן נתונים המתאימים לבדיקת חמש השערות לגבי משתנה X המפולג נורמלית.

בכל טור נתונים לבדיקה אחת. כתבו לגבי כל טור בנפרד מה אזור הדחייה של השערת האפס, מה ערכו של סטטיסטי המבחן, ומה ההחלטה (האם דוחים את השערת האפס או לא).

ה	ד	ג	ב	א	
$\mu \geq 70$	$\mu \geq 70$	$\mu \geq 70$	$\mu \geq 70$	$\mu \geq 70$	H_0
$\mu < 70$	$\mu < 70$	$\mu < 70$	$\mu < 70$	$\mu < 70$	H_1
9	16	9	9	9	σ^2
36	36	81	36	36	n
0.03	0.05	0.01	0.01	0.05	α
69	69	69	69	69	\bar{X}

שאלה 8

חברת טלפונים מעוניינת לבדוק אם שיטת פרסום חדשה לעידוד השימוש בטלפון אמנם מעלה את מס' השיחות החודשי הממוצע למשפחה.

נערך ניסוי על מדגם מקרי של 64 משפחות שנחשפו לפרסום ובו נמצא כי מספר השיחות החודשי הממוצע למשפחה הוא 480 שיחות. ידוע כי לפני הפרסום מספר השיחות החודשי הממוצע למשפחה בכלל האוכלוסייה הוא 457 שיחות וסטיית התקן היא 120 שיחות (מניחים שהפרסום לא משפיע על סטיית התקן).

- א. מה המסקנה מהניסוי ברמת מובהקות של $\alpha = 0.05$?
- ב. מה המסקנה מהניסוי ברמת מובהקות של $\alpha = 0.10$?
- ג. מה רמת המובהקות המינימלית שבה דוחים את השערת האפס?

שאלה 9

שני חוקרים בודקים השערה על סמך אותו מדגם בגודל n הלקוח מהתפלגות נורמלית.

שני החוקרים בודקים את ההשערות : $H_0: \mu = 10$

$H_1: \mu \neq 10$

התייחסו לכל סעיף בנפרד :

- א. חוקר א' משתמש ברמת מובהקות α , ומחליט לדחות את השערת האפס. חוקר ב' משתמש ברמת מובהקות גדולה מ- α . מה יחליט חוקר ב' ?
- ב. חוקר א' משתמש ברמת מובהקות α , ומחליט לדחות את השערת האפס. חוקר ב' משתמש ברמת מובהקות קטנה מ- α . מה יחליט חוקר ב' ?
- ג. חוקר א' משתמש ברמת מובהקות α , ומחליט לקבל את השערת האפס. חוקר ב' משתמש ברמת מובהקות גדולה מ- α . מה יחליט חוקר ב' ?
- ד. חוקר א' משתמש ברמת מובהקות α , ומחליט לקבל את השערת האפס. חוקר ב' משתמש ברמת מובהקות קטנה מ- α . מה יחליט חוקר ב' ?

שאלה 10

מעוניינים לבדוק את ההשערה $\mu = 8$ כנגד ההשערה האלטרנטיבית $\mu \neq 8$. ידוע שהתפלגות האוכלוסייה נורמלית, וכמו כן שהשונות באוכלוסייה ידועה. נלקח מדגם מקרי, ונבחרה רמת מובהקות של 1%. איזה מהמשפטים הבאים נכון?

- א. אם הממוצע במדגם שווה ל-8 אז ההסתברות לטעות מסוג שני היא 0.
- ב. אם מקבלים שה p-value שווה ל-0.02 אז ברמת מובהקות של 0.1 לא דוחים את השערת האפס.
- ג. טעות מסוג שני תקרה רק אם סטטיסטי המבחן נמצא באזור הקבלה של H_0 והתוחלת האמיתית שונה מ-8.
- ד. אם הממוצע במדגם שונה מ-8 אז לא יכול להיות שנעשתה טעות מסוג ראשון.